EXERCICES SUR LES NOMBRES COMPLEXES

Exercice 1

Les quatre questions de cet exercice sont indépendantes.

1. On définit pour tout nombre complexe z différent de 0 et de (-3) , $f(z)=\dfrac{z^2-1}{z(z+3)}$.

Ecrire sous forme algébrique les nombres suivants : $f(1-i)$ et $f(1+i)$.

2. Ecrire sous forme algébrique : $(2+i)^3+(1-2i)^3$

3. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes les équation suivantes :

a) $3(z-i)-3i(z-2+3i)=(i-1)(z+i)$

b) $z-2\overline{z}=9+2i$

4. Pour tout nombre complexe $z\neq i$, On pose $Z=\dfrac{z-1+2i}{z-i}$

a) Déterminer l'ensemble (E) des points $M(z)$ pour lesquels $M'(Z)$ appartient à l'axe des réels.

b) Déterminer l'ensemble (F) des points $M(z)$ pour lesquels $M'(Z)$ appartient à l'axe des imaginaires.

Exercice 2

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$ (unité graphique :4 cm)

On appelle A,B et C les points d'affixes respectives $a=2i$, $b=1$ et $c=\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

On note I le milieu de[A'B],J celui de [B'C],K celui de [C'A]

On considère l'application f du plan, qui à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' tel que $z'=\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}z$.

1. a) Déterminer les affixes a', b' et c' des points A',B',C' images des points A,B et C par f.
   b) Déterminer les affixes des points I, J et K.
2. Calculer les affixes des vecteurs : $\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{IK}$ et $\overrightarrow{KJ}$.
3. Montrer que le triangle IJK est équilatéral.
4. Soit (E) l'ensemble des points M d'affixes z tels que : $|z-2i|=2$.
   a) Déterminer et construire l'ensemble (E).
   b) Déterminer et construire l'image (E') de (E) par l'application f.
   c) Donner une équation cartésienne de (E').